

أولي ثانوي نظري منهج

جبر . مثلثات . هندسة تحليلية
تدريسه



01005156735



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

المصفوفات

الجبر

هي عملية تنظيم للبيانات او المعلومات في صورة صفوف ص واعمدة ع

١ المصفوفة

تكتب $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \times 3$

القطر الرئيسي فيه $\text{ص} = \text{ع}$

٢ نظم المصفوفة

كل عناصرها اصفار ويرمز لها بالرمز $\mathbf{O}$

المصفوفة الصفرية

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

مصفوفة الوحدة (الاحادية)

هي مصفوفة مربعة كل عناصرها اصفار
وعناصرها قطرها الرئيسيين $\text{ص} = \text{ع}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}_{3 \times 3}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}_{2 \times 2}$

المصفوفة القطرية

هي مصفوفة مربعة كل عناصرها اصفار
علاوة على عناصرها الرئيسيين $\text{ص} = \text{ع}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

مدور المصفوفة

اذا كانت ص مصفوفة على النظم $\text{ص} \times \text{ع}$
فانه ع مصفوفة على النظم $\text{ع} \times \text{ص}$

المصفوفة الممتثلة

٨

صف مصفوفة مربعية عناصرها
الرئيسية أصفار والعناصر حول
القطر الرئيسة معلومات محمية

$$P - P = 0$$

$$\square = P + P$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$P - P = 0 \quad P - P = 0 \quad P - P = 0$$

المصفوفة المتماثلة

٧

صف مصفوفة مربعية عناصرها
موزعة بطريقة رئيسية متساوية

$$P = P$$

$$\square = P - P$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \\ 7 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$P = P \quad P = P \quad P = P$$

ضرب مصفوتين

عدد أعمدة الأولي = عدد صفوف الثانية

الشروط

$$P = P \times P$$

الناتج

نضرب عناصر الصف الأول في عناصر كل عمود ونجمه ونكتب النواتج كصف أول

طريقة الضرب

ونضرب عناصر الصف الثاني في عناصر كل عمود ونجمه ونكتب النواتج كصف ثاني وهكذا

$$P = P \times P$$

أكمل

$$P = P \times P$$

$$P = P \times P$$

$$P = P \times P$$

01005156735

٢

أشرف ذكي

قواعد هاءاااااااااا

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{اذا كان } p = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ فبالنسبة } \tilde{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

المحددات

أولاً: محدد الرتبة الثانية

$$a \times b - c \times d = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \Delta$$

$$\Delta = 1 \times 4 - 2 \times 2 = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \Delta$$

ثانياً: محدد الرتبة الثالثة

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \Delta$$

يمكنك ذلك بالمدد عند طريق أي عمود (أو صف)
مع مراعاة الإشارات كالآتي

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

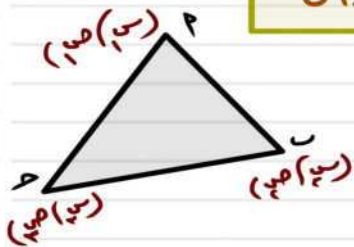
ملاحظة

ملاحظة هاهنا

إذا كانت P مصفوفة مربعة على النظام 3×3
فإنه: $|P| = |P|$

إذا كانت P مصفوفة مربعة على النظام 3×3 وكان $|P| = 0$
فإنه: $|P| \times 2 = |P|$

إيجاد مساحة المثلث بالمحددات



ساده (ثلاثة ٢ ٢) = $\frac{1}{c} = \begin{vmatrix} 1 & \text{صحيح} & \text{صحيح} \\ 1 & \text{صحيح} & \text{صحيح} \\ 1 & \text{صحيح} & \text{صحيح} \end{vmatrix} = \frac{1}{c} = \text{وهذا مربعة } |\Delta|$

إذا كانت قيمه (المرد = صفر : ١٠٠) ، تقع على استقامة واحدة .

ملاحظہ

حل نظام المعادلات الخطية بالمحددات [طريقه كرامر]

بہ جادو مجھ پر عمل کیا اور میرے پاس + ۱۷ = ۱۶، ۱۵ + ۱۷ = ۳۲

$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \triangle$
 $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = \triangle$
 $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \triangle$

مجموعی = (یہ) $\left(\frac{\triangle}{\triangle} + \frac{\triangle}{\triangle} \right)$

حل نظام المعادلات الخطية باستخدام معكوس المصفوفة

حل المعادلتين
نضع الأولى :

$$\sum_i \bar{p}_i = N$$

$\begin{pmatrix} \text{ح} \\ \text{و} \end{pmatrix} = \text{ج} \quad , \quad \begin{pmatrix} \text{ن} & \text{پ} \\ \text{ر} & \text{ه} \end{pmatrix} = \text{پ} \quad , \quad \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \text{س}$
 المتباينات المعلومات الثوابت

∴ مجموعہ (ک) = $\{ (s, s), (s, h) \}$

المتجهات

الهندسة التحليلية

الكميات

- 1 كمية متجهة : تتحدد بمقدار ونقطة (المحور - البرزخ - الزخم)
- 2 كمية متجهة : تتحدد بمقدار واتجاه (السرعة - الإزاحة - القوة)

القطعة المستقيمة الموجهة



- تحدد شيلات عناصر:
- 1 نقطة بداية
 - 2 نقطة نهاية
 - 3 الاتجاه من البداية إلى النهاية

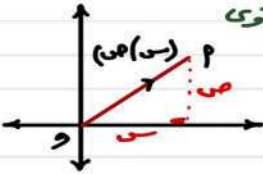
ملاحظات

- 1 $\vec{AB} = \vec{BA}$
- 2 $\vec{AB} \neq \vec{BA}$
- 3 $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$
- 4 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

نقال لقطعتين متطابقتين مع بعضهما من هنا شتانان إذا كانا 1) لهما نفس المبدأ 2) لهما نفس الاتجاه

التكافؤ

متجه الموضع



موجهة بداية نقطة المبدأ ونهاية أي نقطة في المستوى

- و $\vec{OP} = \vec{OP} = \vec{OP}$
 و $\vec{OP} = \vec{OP} = \vec{OP}$
 و $\vec{OP} = \vec{OP} = \vec{OP}$
 و $\vec{OP} = \vec{OP} = \vec{OP}$

معيار المتجه

بعض لمول (المتجه)
 إذا كان $\vec{OP} = (x, y)$

نظام : معيار $\|\vec{OP}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ وحدة طول

$\vec{OP} = (-2, 4)$ يكون طول $\|\vec{OP}\| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ وحدة

متجه الوحدة

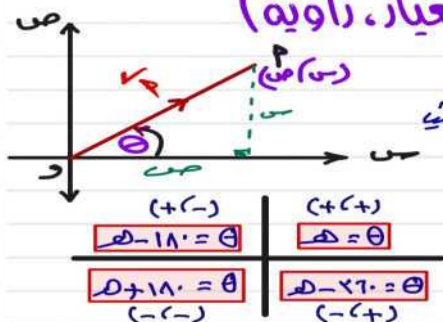
هو المتجه الذي معيار يساوي واحد مع بعض
 ... $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, ...

التعبير عن المتجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

نفس $(-1, 0)$ ، نفس $(1, 0)$ متجهات وحدة أساسية

يكون $\vec{OP} = (x, y) = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$

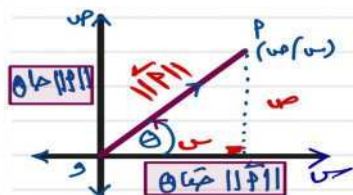
الصورة القطبية للمتجه (معيار، زاوية)



إذا كان $\vec{P} = (r, \theta)$ صورة إحصائية
فقط تحت الصورة القطبية $\vec{P} = (r, \theta)$ حيث

المعيار	الزاوية
$\sqrt{r^2 + \theta^2}$	$\theta = \tan^{-1} \frac{\theta}{r}$
	مع اتجاه ربع الزاوية

الصورة الإحداثية (س، ص)



إذا كان $\vec{P} = (r, \theta)$ صورة قطبية
فقط تحت الصورة الإحصائية
 $(r, \theta) = (r, \theta)$

جمع المتجهات جبرياً

إذا كان $\vec{P} = (r, \theta)$ ، $\vec{Q} = (s, \phi)$
فإن: $\vec{P} + \vec{Q} = (r + s, \theta + \phi)$
 $(r, \theta) + (s, \phi) = (r + s, \theta + \phi)$

ضرب عدد حقيقي k في متجه $\vec{P} = (r, \theta)$
فإن: $k\vec{P} = (kr, \theta)$
 $\vec{P} = (r, \theta)$ يكون $\vec{P} = (r, \theta) = (r, \theta) = (r, \theta) = (r, \theta)$

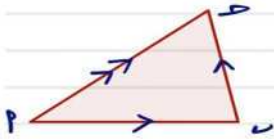
شروط توازي وتعاضد متجهين

إذا كان $\vec{P} = (r, \theta)$ ، $\vec{Q} = (s, \phi)$

١ $\vec{P} \parallel \vec{Q}$ إذا كان $r = s$ أي $\vec{P} = \vec{Q}$ أو $\vec{P} = -\vec{Q}$

٢ $\vec{P} \perp \vec{Q}$ إذا كان $r = s$ أي $\vec{P} = \vec{Q}$ أو $\vec{P} = -\vec{Q}$

جمع المتجهات هندسياً



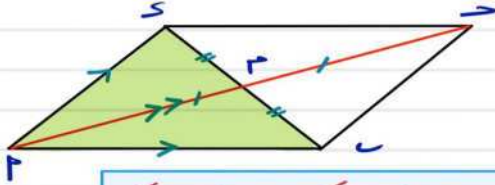
$$\vec{PQ} = \vec{PQ} + \vec{QR}$$

مضروب

مضروب

قاعدة شال

١



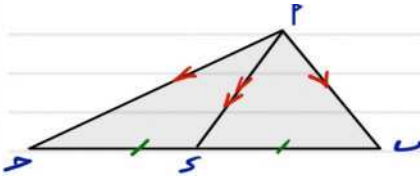
قاعدة متوازي الأضلاع

٢

$$\vec{PQ} = \vec{PQ} = \vec{PS} + \vec{SR}$$

قاعدة متوسط المثلث

٣



نقطة وسطية في $\triangle PQR$

$$\vec{PS} = \vec{PQ} + \vec{QR}$$

طرح المتجهات هندسياً



قاعدة المجموع

$$\vec{PQ} = \vec{PQ} + \vec{QR}$$

$$\vec{PQ} - \vec{QR} = \vec{PQ} - \vec{QR}$$

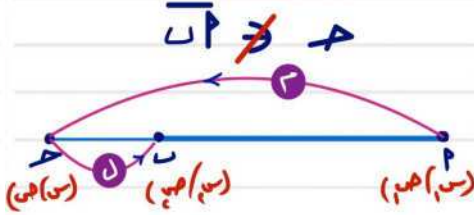
$$\vec{PQ} - \vec{QR} = \vec{PQ} - \vec{QR}$$

$$\vec{PQ} - \vec{QR} = \vec{PQ} - \vec{QR}$$

$$\vec{PQ} - \vec{QR} = \vec{PQ} - \vec{QR}$$

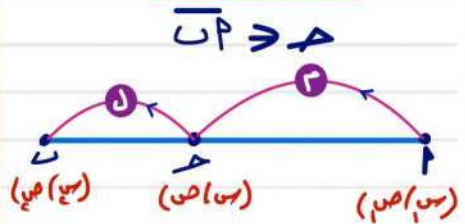
تقسيم قطعة مستقيمة

من الخارج

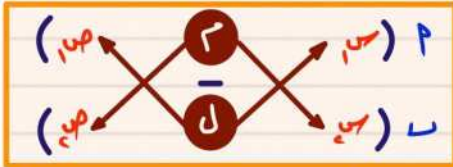


ل النقطة الأولى، ل النقطة الثانية
 ح نقطة التقسيم، نسبة التقسيم $\frac{ل}{ل}$

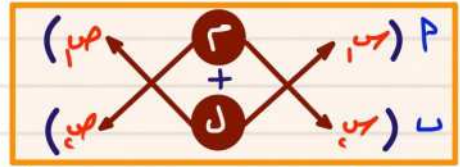
من الداخل



ل النقطة الأولى، ل النقطة الثانية
 ح نقطة التقسيم، نسبة التقسيم $\frac{ل}{ل}$



$$\left(\frac{ل - ل}{ل - ل} \right) = ح$$



$$\left(\frac{ل + ل}{ل + ل} \right) = ح$$

ملاحظات

$$ل - ح = ل$$

$$ل - ح = ل$$

$$\frac{ل + ل}{ل} = ح$$

١ إحدائى ح منتصف ل

$$\frac{ل + ل + ل}{ل} = ح$$

٢ إحدائى ح نقطة ثلاثى متوسطات ل

$$ل - ح + ل = ل$$

٣ إحدائى الرأس ل فى متوازي الاضلاع ل

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم

نقطه عليه
 ١. $ك = (س، ص)$
 ٢. $ك = (م، ب)$ $ب$ سببه اتجاهه

المعادلة المتجهية

١

$$ك = ق + ل$$

$$(س، ص) = (س، ص) + (ل، ب)$$

المعادلتان البارامتريتان

٢

$$س = ص + م، ل = ص + م + ن$$

المعادلة الكارتيزية

٣

$$ص - ص = ص - ص$$

$$ص - ص = ص - ص$$

ملاحظات

١. اذا كانه $ك$ يمر بالنقطه $م، ب$ $ك = (س، ص) = (م، ب)$ $ب$ سببه اتجاهه
 ٢. اذا كانه $ك = (س، ص) = (م، ب)$ $ب$ سببه اتجاهه
 ٣. اذا كانه $ك = (س، ص) = (م، ب)$ $ب$ سببه اتجاهه
 ٤. معادله محور السينات $ص = ٠$
 ٥. معادله محور الصادات $س = ٠$

معادله المستقيم الموازي لمحور السينات $ص = ٠$ $ب$ سببه اتجاهه
 معادله المستقيم الموازي لمحور الصادات $س = ٠$ $ب$ سببه اتجاهه
 معادله المستقيم الذي ميله ٣ $ب$ سببه اتجاهه
 معادله المستقيم الذي نقطه تقاطعه مع المحور السيني $ل$ $ب$ سببه اتجاهه
 جزء من ١ $ب$ سببه اتجاهه $ص = ١$

قانون الزاوية بين مستقيمين



$$\left| \frac{١٣ - ١٣}{١٣ + ١} \right| = \theta$$

قانون طول العمود النازل



$$\left| \frac{١٣ + ١٣ + ١}{١٣ + ١} \right| =$$

(س، ص)

01005156735

١٠

أشرف ذكي

المثلثات

المتطابقات المثلثية

متطابقة الدوال المثلثية ومقلوبتها

١

$\frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$	$\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$	$\frac{1}{\tan \theta} = \cot \theta$
$\csc \theta \times \sin \theta = 1$	$\sec \theta \times \cos \theta = 1$	$\cot \theta \times \tan \theta = 1$

متطابقة الدوال المثلثية للزاويتين المتتامتين

٢

$\sin \theta = \cos (90^\circ - \theta)$	$\cos \theta = \sin (90^\circ - \theta)$
$\tan \theta = \cot (90^\circ - \theta)$	$\cot \theta = \tan (90^\circ - \theta)$
$\sec \theta = \csc (90^\circ - \theta)$	$\csc \theta = \sec (90^\circ - \theta)$

متطابقة الدوال المثلثية للزاويتين θ و $-\theta$

٣

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$	$\cos(-\theta) = \cos \theta$	$\tan(-\theta) = -\tan \theta$
$\csc(-\theta) = -\csc \theta$	$\sec(-\theta) = \sec \theta$	$\cot(-\theta) = -\cot \theta$

متطابقة الدالتين $\sin \theta$ و $\cos \theta$

٤

$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$	$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$
---	---

متطابقة مربعات الدوال المثلثية وزعيمهم $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

٥

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$	$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$
$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$	$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$
$\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$	$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

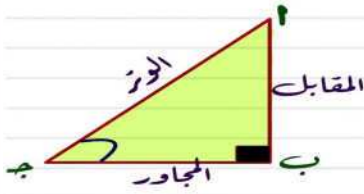
الحل العام للمعادلة المثلثية

الحل العام	المعادلة
$\theta = n\pi + \alpha$	$\sin \theta = \sin \alpha$
$\theta = n\pi + \alpha$ أو $n\pi + \pi - \alpha$	$\cos \theta = \cos \alpha$
$\theta = n\pi + \alpha$ أو $n\pi + \pi - \alpha$	$\tan \theta = \tan \alpha$

حل المثلث القائم الزاوية زوايا الارتفاع والانخفاض

نقص بحل المثلث: إيجاد العناصر المجهولة.

تذكر أن



- ١ $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \text{حاج}$
- ٢ $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \text{حتاج}$
- ٣ $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \text{ظا ح}$

عند معلومية طول ضلع وقياس زاوية

الحالة الأولى

$$\frac{\text{المجهول}}{\text{المعلوم}} = \text{نسبة مثلثية لزاوية معلومة}$$

نستخدم

عند معلومية طول ضلعين فيه

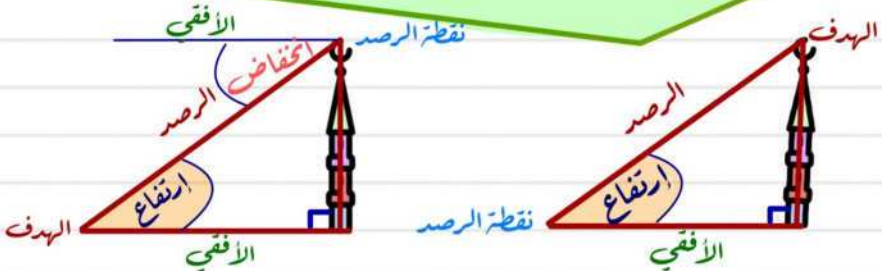
الحالة الثانية

$$\frac{\text{المعلوم}}{\text{المعلوم}} = \text{نسبة مثلثية لزاوية مجهولة}$$

نستخدم

زوايا الارتفاع والانخفاض

تعريف: زاوية الارتفاع والانخفاض هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي وشعاع الرصد عند نقطة الرصد



01005156735

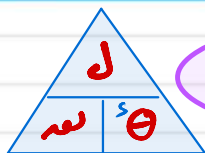
١٢

أشرف ذكي



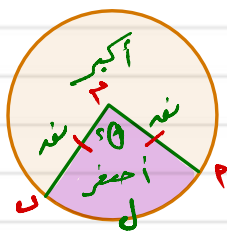
D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي



قوانين المساحات

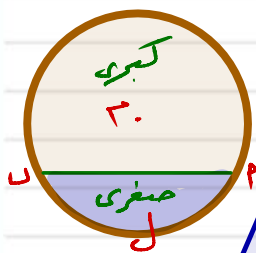
$$\frac{\theta}{\pi} = \frac{\theta}{180}$$



القطاع الدائري

١

$$\begin{aligned} \text{مساحة} &= \frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{س} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{ث} \times \text{ن} \\ \text{محيط} &= \text{ن} + \text{ل} \end{aligned}$$



القطعة الدائرية

٢

$$\begin{aligned} \text{مساحتها} &= \frac{1}{2} \times (\text{ن} - \text{س}) \\ \text{محيطها} &= \text{طول قوسها} + \text{طول شعريها} \end{aligned}$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب أي ضلعين} \times \text{حاصل ارتفاعه بينهما}$

٣

مساحة الشكل الرباعي = $\frac{1}{2} \times \text{ضرب القطرين} \times \text{حاصل ارتفاعيه بينهما}$

٤

مساحة الشكل المنتظم = $\frac{\text{عدد أضلاعه} \times \text{طول ضلعه}}{2} \times \text{ط (} \frac{180}{\text{عدد أضلاعه}} \text{)}$

٥

ملاحظات

01005156735

١٤

أشرف ذكي



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

ملاحظات

01005156735

١٥

أشرف ذكي



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي



امسح الباركود بالمويل لتثبيت
التطبيق وتحميل كل الملازم مجاناً وبسرعه



حمل التطبيق الآن



كورسات ونتائج امتحانات



ملازم ثانوي



ملازم اعدادي



ملازم ابتدائي



موقع الدكتور محمد رزق
Dr. Mo. RAZK



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي